



TITLE:

定常状態での低周波揺動についての統計力学(基研長期研究計画「非線型・非平衡状態の統計力学」,研究会報告)

AUTHOR(S):

横田, 万里夫

CITATION:

横田, 万里夫. 定常状態での低周波揺動についての統計力学(基研長期研究計画「非線型・非平衡状態の統計力学」,研究会報告). 物性研究 1978, 29(6): F73-F75

ISSUE DATE:

1978-03-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/89472>

RIGHT:

一マン空間に限定されるので、われわれの(汎)函数方程式は数学的に甚だ困難なものとなるが、妥当と思われる一般解を径路積分(又は汎函数積分)の形式的運用によって得ることができる。

今の所、方程式の従属変数 $\hat{\rho}(z, t)$ から定義されるエントロピーが非減少であること、エントロピーの最大値が定常解：

$$\rho_{\infty}(Z) \delta[B] = C_{\infty} e^{-n \int_X Z(x) \log Z(x) dx} \delta[B]$$

において到達されることが分っている。(n: 粒子平均密度, C_{∞} : normaliz. const. 微分測度 $\delta[\beta] \delta z$ は Riemann 空間の外ではゼロ, 内側でリーマン測度を与えるものである。) この解は, 系の温度や相互作用力の性質などに無関係に見えるが, 実は $\delta[B]$ がその凡ての事柄を内包していることに注意されたい。このために, $\rho_{\infty}(Z) \delta[B]$ の最大点 Z_B (最も確からしい Z-value) はカノニカル分布になる。従って平衡統計の重要な事実が, 矛盾なく非可逆現象の一部として包含されたわけである。

次に平衡から僅かにずれた系の挙動についても一般的に考察することができ, 緩和過程の中で Onsager の相反定理を導くことができる。

「Riemann 空間の曲りが径路積分にどう影響するか」という質問には, $\delta[B]$ を通して影響すると答えることにしよう。Z(x) の代りのリーマン座標で凡てを再構成すればこのことははっきりする筈である。

定常状態での低周波揺動についての統計力学

大阪市大・工 横 田 万里夫

定常状態での低周波揺動としては, 昔から $1/f$ 揺動が知られているが, その本質はいまだ解明されていない。最近系の温度揺動が低周波揺動に関して重要な役割をはたしているとの指摘があり確かなものとしては Clarke と Ketchen¹⁾ による金属錫の超伝導状態への遷移温度近くでの実験と解析がある。温度揺動をまともに取扱うためには問題にし

ている系と外界との相互作用の仕方をしらべることが重要となる。このような温度揺動をまともにとりあげ、金属の $1/f$ 揺動の実験と比較しながらいろいろ論じたのは Voss と Clarke である。²⁾ 彼らの最も基本となる電流揺動に関する現象論的な表現は、

$$\begin{aligned} \langle (J(0) - \langle J \rangle)(J(t) - \langle J \rangle) \rangle / \langle J \rangle^2 &= \langle \delta J(0) \delta J(t) \rangle / \langle J \rangle^2 \\ &= (\partial \langle J \rangle / \partial T)^2 / \langle J \rangle^2 \cdot \langle \delta T \delta T(t) \rangle_0 = (\partial \ln \sigma / \partial T)^2 k T^2 / C \cdot g(t) \\ &= (\partial \ln \sigma / \partial \ln T)^2 k / C \cdot g(t), \quad g(0) = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

と書いてよいであろう。ここで $\langle \rangle \langle \rangle_0$ は定常状態及び平衡状態での平均を表し J, σ, C, k はそれぞれ電流、電気伝導度、熱容量及びボルツマン常数を表す。この論文の目的の一つは上の現象論を統計力学的に導くことと、上の現象がエネルギーの対象系の出口にあたるとすれば入口の外力との相互作用がどのような揺動をあたえるかを求めることにある。以上のような議論をするためにも定常状態の分布関数を求める必要があるが、まず線型応答理論を拡張して形式的な定常分布関数を求め、それが物理的な意味で定常性を示す条件を検討し、外界が無数の自由度を持っていれば、定常分布は部分系についてはなりたつことが示される。

その条件は、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e^{iL_0 \tau} iL_1) e^{iL_0 t} H_e = 0 \quad (2)$$

がいかなる τ についてもなりたつことである。ここで iL_0, iL_1, H_e は全系、外力との相互作用に関する Liouville 演算子で H_e は電子系の Hamiltonian である。

このようにして定められた定常状態の分布関数を用いて、物理量の最初の測定値が第二番目の測定に対する初期条件として、エネルギー保存則などにより、どのような影響をあたえるかを定量的にしらべた。この影響の一部が fluctuation dissipation theorem によって (1) 式に対応することが示され、更にエネルギーの入口である外力により発生する揺動も、存在することが示される。

以上のような議論は $1/f$ 揺動を基本的な立場から見直してみたわけではあるが、Zubarev の有名な教科書³⁾ で議論している定常分布関数より、

$$\rho = \rho_0 + E \int_0^\infty d\tau \tilde{e}^{-iL\tau} \rho_0 \int_0^\beta d\lambda e^{\lambda(H_c - \zeta\tilde{N})} \tilde{J} e^{-\lambda(H_c - \zeta\tilde{N})} \quad (3)$$

と表わされるような展開された形で議論する方が実用的には取扱いやすい点も指摘しておきたい。

参 考 文 献

- 1) M. B. Ketchen, J. Clarke, Proc. of the Symposium on 1/f Fluctuations Tokyo, (1977), 68.
- 2) R. F. Voss, J. Clarke, Phys. Rev. B13 (1976), 556.
- 3) D. N. Zubarev, Nonequilibrium Statistical Thermodynamics, Plenum, New York (1974).

キュムラント鎖方程式と scaling による運動方程式の導出

湘北大・電子 落 合 萌

モーメントの母関数から，BBGKY 鎖方程式を経て運動方程式を導いたのと同様にキュムラントの母関数から鎖方程式を導き，これより運動方程式を得ることもできる。

キュムラントの鎖方程式から Bogoliubov の方法を用いて運動方程式を導くことはすでに与えられているが，この方法では BBGKY 鎖方程式による解法に比べてとりわけ簡単になるといったものではなかった。そのうえ使われた coarse graining によりゆらぎに関しては何にもいうことはできない。

森氏は臨界現象の議論に有効な手段であった scaling の考え方を拡張することにより Brown 運動を論じ Boltzmann-Langevin 方程式を求めた。

scaling の方法では，その見る巨視的モードにより，scaling factor および scaling invariant がきまりさえすれば BBGKY 鎖方程式を用いて従来行なわれてきた方法で論ずるよりかなりたやすくこれらの運動方程式を求めることができる。

ここでは森氏により導入された scaling の方法をキュムラント鎖方程式に適用して中性希薄気体における Boltzmann 方程式とこれに伴うゆらぎの満す方程式を導いた。